

# DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

**DNB BLANC JANVIER 2014**

-----

**MATHEMATIQUES**

**SERIE COLLEGE**

-----

**DUREE DE L'EPREUVE : 2 h 00**

-----

**Le candidat répondra sur une copie double**

*Le sujet comporte 8 exercices sur 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.  
Dès que le sujet lui sera remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet.*

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Cette épreuve est notée sur 40 points dont 4 points sont réservés pour la qualité de la rédaction et la présentation.

**COLLEGE CONDORCET – LEVROUX**

### -Exercice 1 -

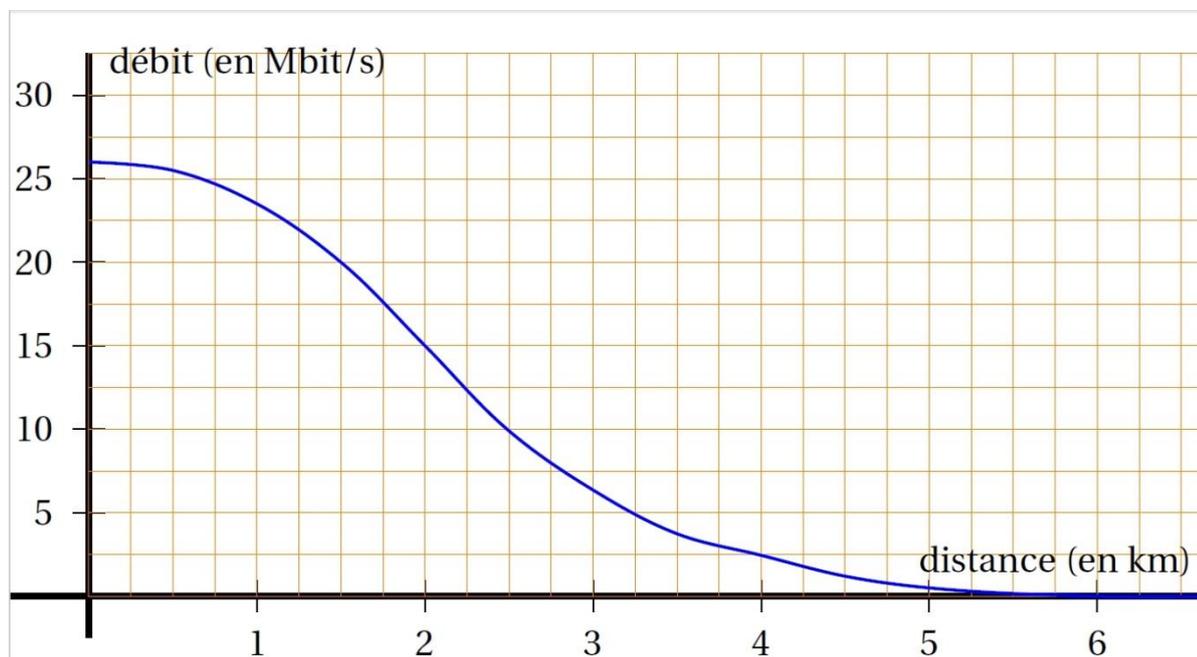
On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de  $x$  par une fonction  $f$  et par une fonction  $g$ . Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	C2		$f x$	$= -5 * C1 + 7$				
	A	B	C	D	R	F	G	H
1	$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

- 1) Quelle est l'image de  $-3$  par la fonction  $f$ .
- 2) Calculer  $f(7)$ .
- 3) Donner l'expression de  $f(x)$ .
- 4) On sait que  $g(x) = x^2 + 4$ . Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3 : H3. Quelle est cette formule ?

### -Exercice 2 -

Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche. On a représenté ci-dessous la fonction qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).



- 1) Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle ?
- 2) Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il ?
- 3) Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15Mbits/s. À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet ?

### -Exercice 3 -

Chacune des quatre affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier les réponses.

- 1) Le PGCD de 18 et de 36 est 9.
- 2) Le double de  $\frac{9}{4}$  est égal à  $\frac{9}{2}$ .
- 3) Le carré de  $6^7$  est égal à  $6^{49}$ .
- 4) Pour tous les nombres  $x$ , on a  $(2x - 5)(x - 8) = (4x + 10)(x + 4)$

### -Exercice 4 - Le patron d'un Vidéo-Club veut se « débarrasser » de ses vieux films DVD.

Il décide d'en faire des lots pour récompenser en fin d'année ses meilleurs abonnés.

Il y a 2 646 films pour enfants et 4 410 films divers à offrir. Le gérant veut :

- que les lots soient tous identiques (même nombre de films pour enfants et de films divers par lot)
- que tous les films soient utilisés dans les lots.

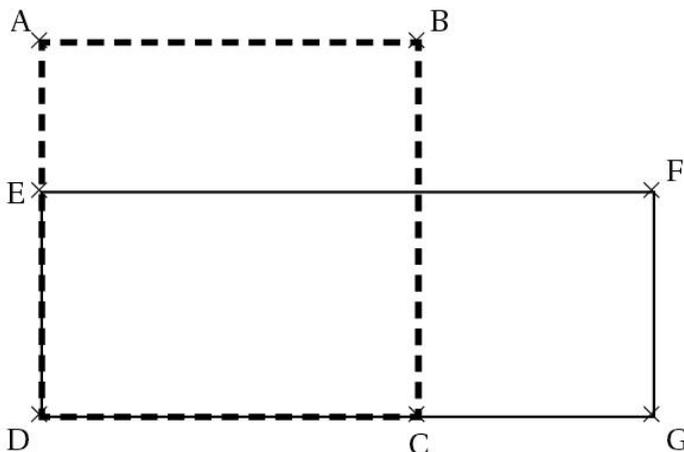
- 1) Combien de lots, au maximum, le gérant peut-il faire? Justifier.
- 2) Donner alors la composition de chaque lot.

### -Exercice 5 -

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.

E est un point du segment [AD]. C est un point du segment [DG].

Sur cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours  $AE = 15$  cm et  $CG = 25$  cm.



- 1) Dans cette question, on suppose que  $AB = 40$  cm.
  - a) Calculer l'aire du carré ABCD.
  - b) Calculer l'aire du rectangle DEFG.
- 2) Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

*Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche.*

*Elle sera prise en compte dans l'évaluation.*

### -Exercice 6 -

- 1) Construire un triangle ABC rectangle en C tel que  $AB = 10$  cm et  $AC = 8$  cm.
- 2) Calculer la longueur BC (en justifiant précisément).
- 3) a) Placer le point M de l'hypoténuse [AB] tel que  $AM = 2$  cm.  
b) Tracer la perpendiculaire à [AC] passant par M. Elle coupe [AC] en E.  
c) Tracer la perpendiculaire à [BC] passant par M. Elle coupe [BC] en F.  
d) À l'aide des données de l'exercice, **recopier sur la copie** la proposition que l'on peut directement utiliser pour prouver que le quadrilatère MFCE est un rectangle.

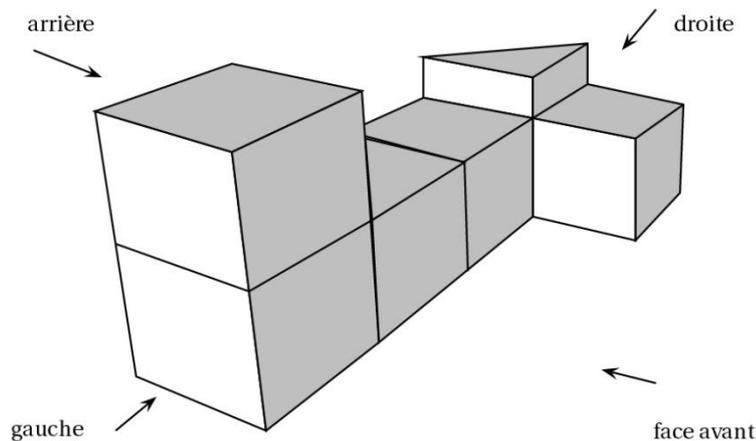
**Proposition 1 :** Si un quadrilatère a 4 angles droits alors c'est un rectangle.

**Proposition 2 :** Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur.

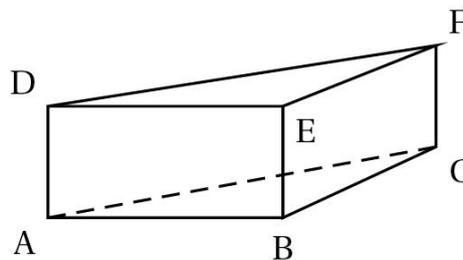
**Proposition 3 :** Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un rectangle.

### -Exercice 7 -

On a empilé et collé 6 cubes de 4 cm d'arête et un prisme droit de façon à obtenir le solide présenté ci-après. La hauteur du prisme est égale à la moitié de l'arête des cubes.



- 1) Dessiner en vraie grandeur une vue « à plat » de l'arrière du solide.
- 2) Calculer le volume en  $\text{cm}^3$  du solide.
- 3) Etude du prisme droit.
  - a) On nomme ce prisme ABCDEF, comme sur la figure ci-dessous.



Quelle est la nature de la base de ce prisme droit ? Justifier la réponse.

- b) Vérifier par des calculs que la longueur AC est égale à  $\sqrt{32}$  cm. Donner l'arrondi au mm près.
- c) En déduire une valeur arrondie au  $\text{cm}^2$  près de l'aire de la face ACFD.

### **-Exercice 8 -**

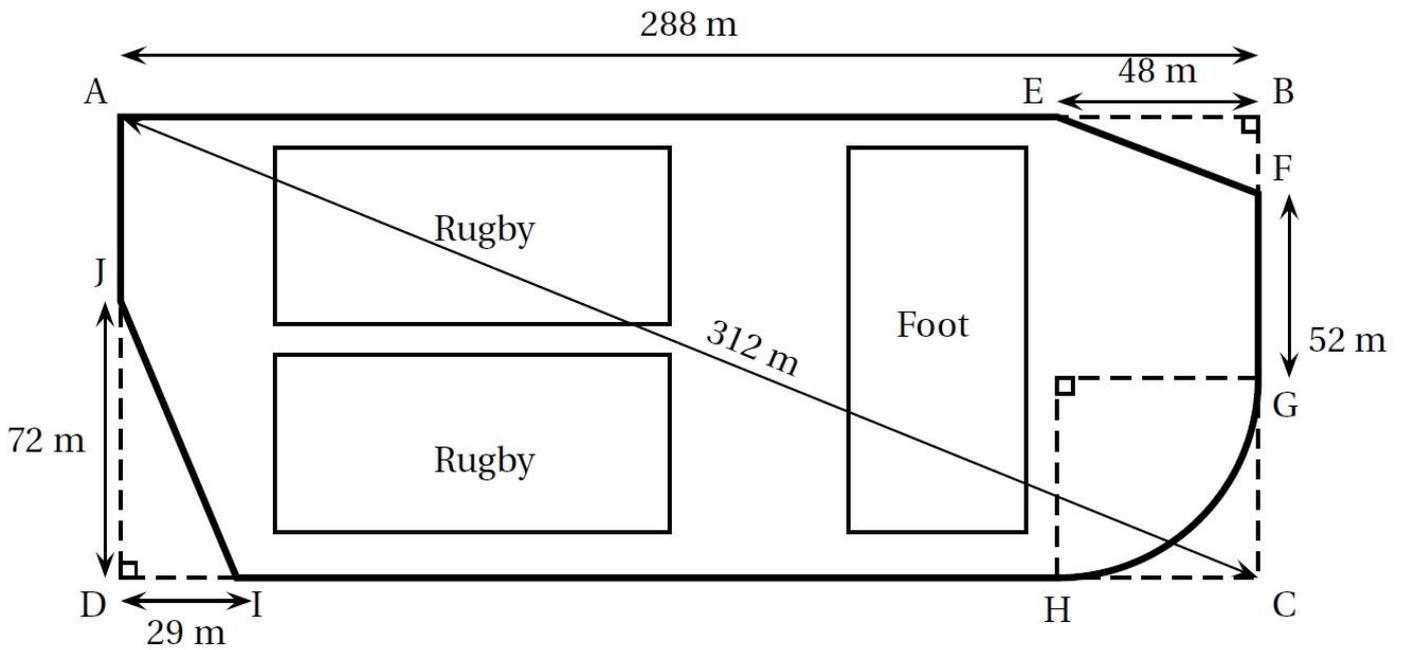
*Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.*

La ville Bonvivre possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable.

La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a « enlevé trois des coins ».

Le chemin de G à H est un arc de cercle ; les chemins de E à F et de I à J sont des segments.

Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est la longueur de la piste cyclable. Justifier la réponse.

# Corrigé :

## Exercice 1 :

- 1) L'image de -3 par la fonction  $f$  est 22.
- 2)  $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = -28$ .
- 3)  $f(x) = -5x + 7$ .
- 4)  $= B1 * B1 + 4$  ou bien  $= B1^2 + 4$ .

## Exercice 2 :

- 1) Marie obtient un débit de 10Mbits/s.
- 2) Paul habite à 1,5km du central téléphonique.
- 3) Pour recevoir la télévision, il faut habiter à moins de 2 km du central téléphonique.

## Exercice 3 :

- 1) Faux car le PGCD de 18 et 36 est 18 ! ( $36 = 2 \times 18$ )
- 2) Vrai :  $\frac{9}{4} \times 2 = \frac{9 \times 2}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$ .
- 3) Faux :  $(6^7)^2 = 6^{14}$ .
- 4) Faux : on pouvait développer les 2 membres de l'égalité ou bien calculer les 2 membres pour une valeur de  $x$  par exemple pour  $x = 2$ , on obtenait :  
 $(2x - 5)(x - 8) = (2 \times 2 - 5)(2 - 8) = -1 \times (-6) = 6$   
 $(4x + 10)(x + 4) = (4 \times 2 + 10)(2 + 4) = 18 \times 6 = 108$

## Exercice 4 :

- 1) On pose :  $\begin{cases} n \text{ le nombre de lots} \\ x \text{ le nombre de films pour enfants par lot} \\ y \text{ le nombre de films divers par lot} \end{cases}$

Alors on a :  $\begin{cases} n \times x = 2646 \\ n \times y = 4410 \end{cases}$  donc  $n$  est un diviseur commun de 2646 et 4410.

Or on veut que le nombre de lots soit maximum donc  $n = PGCD(2646; 4410)$ .

On calcule le PGCD par l'algorithme d'Euclide :

$$4410 = 1 \times 2646 + 1764$$

$$2646 = 1 \times 1764 + 882$$

$$1764 = 2 \times 882 \quad \text{Donc } n = PGCD(4410 ; 2646) = 882.$$

On peut donc réaliser un maximum de 882 lots.

- 2) On a vu que :  $\begin{cases} n \times x = 2646 \\ n \times y = 4410 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 882 \times x = 2646 \\ 882 \times y = 4410 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2646 \div 882 = 3 \\ y = 4410 \div 882 = 5 \end{cases}$

Donc chaque lot contiendra 3 films pour enfants et 5 films divers.

### Exercice 5 :

1) On sait que  $AB=40$  cm.

a.  $Aire(ABCD) = 40^2 = 1\,600 \text{ cm}^2$ .

b.  $Aire(DEFG) = DE \times DG = (40 - 15)(40 + 25) = 25 \times 65 = 1\,625 \text{ cm}^2$

2) Posons  $AB=x$ .

On a alors :  $Aire(ABCD) = AB^2 = x^2$  et  $Aire(DEFG) = DE \times DG = (x - 15)(x + 25)$ .

L'aire de ABCD sera égale à l'aire de DEFG lorsque :  $x^2 = (x - 15)(x + 25)$ .

Il faut donc résoudre cette équation pour trouver la valeur demandée :

$$x^2 = (x - 15)(x + 25)$$

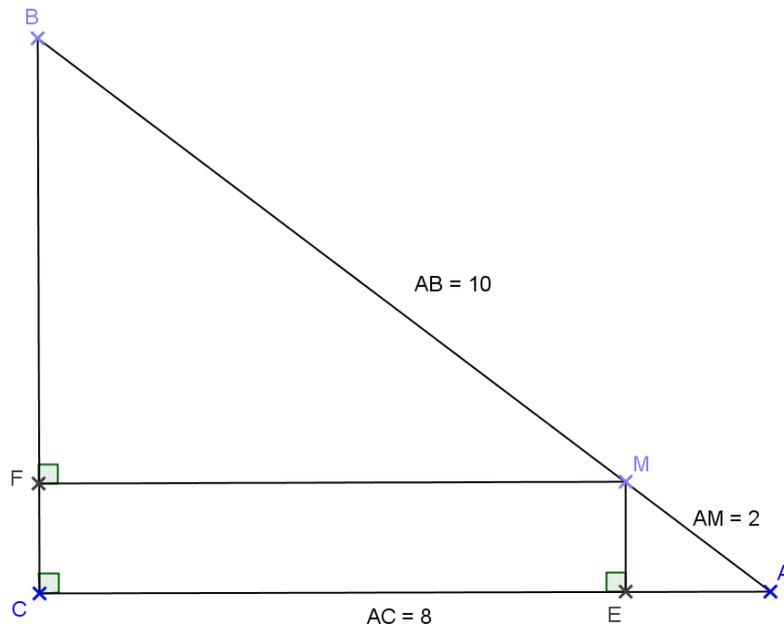
$$x^2 = x^2 + 25x - 15x - 375$$

$$x^2 - x^2 - 25x + 15x = -375$$

$$-10x = -375$$

$$\text{D'où : } x = \frac{-375}{-10} = 37,5.$$

### Exercice 6 :



2- Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

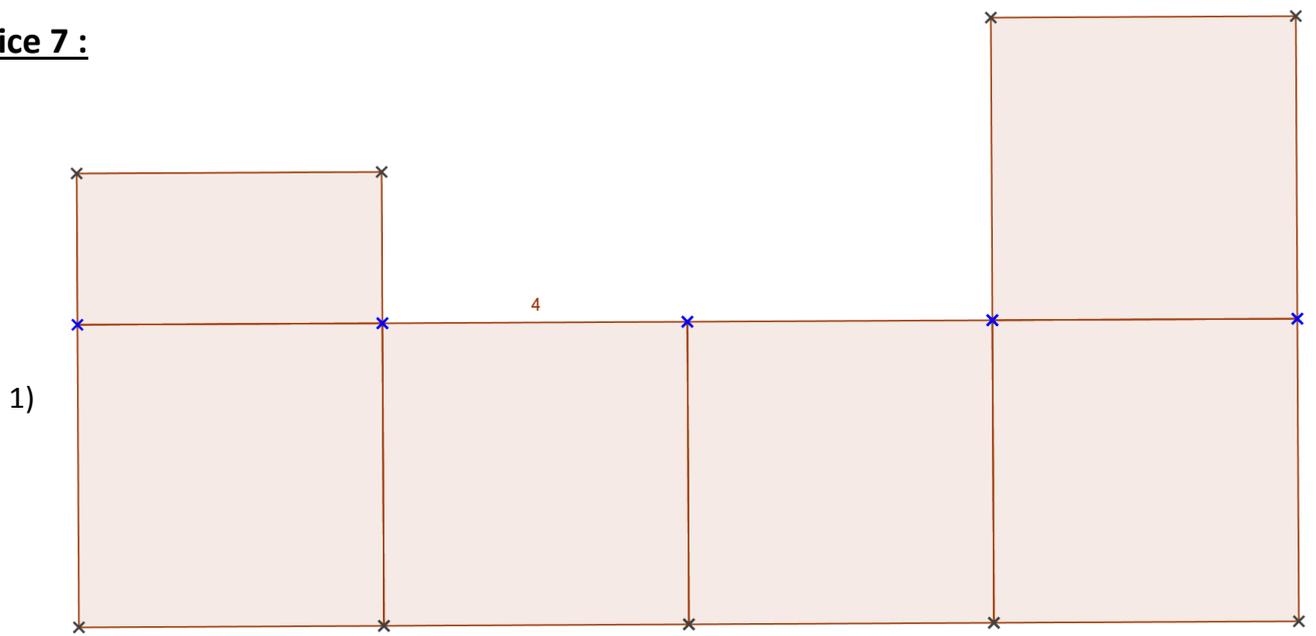
$$10^2 = 8^2 + BC^2$$

$$\text{D'où, } BC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$$

$$\text{Donc, } BC = \sqrt{36} = 6 \text{ cm.}$$

3- d- Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un rectangle.

### Exercice 7 :



2)  $V(\text{Solide}) = 6 \times V(\text{cube}) + V(\text{prisme})$

$$\begin{aligned} &= 6 \times 4^3 + \frac{4 \times 4}{2} \times 2 \\ &= 6 \times 64 + 16 \\ &= 384 + 16 \\ &= 400 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

3) a) La base de ce prisme est un triangle rectangle isocèle.

b) Dans ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 4^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 32 \text{ donc } AC = \sqrt{32} \approx 5,7 \text{ cm.}$$

c)- Aire(ACFD) =  $AC \times CF = 2\sqrt{32} \approx 11 \text{ cm}^2$ .

### Exercice 8 :

Calculons IJ :

Dans DIJ rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$IJ^2 = DI^2 + DJ^2$$

$$IJ^2 = 29^2 + 72^2 = 841 + 5184 = 6025$$

$$\text{Donc : } IJ = \sqrt{6025} \approx 77,6 \text{ m.}$$

Calculons BC :

Dans ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$312^2 = 288^2 + BC^2$$

$$\text{Donc } BC^2 = 312^2 - 288^2 = 14\,400$$

$$\text{Donc : } BC = \sqrt{14\,400} = 120 \text{ m.}$$

Calculons EF et BF :

Les points B, E et A sont alignés dans le même ordre que les points B, F et C.

Les droites (EF) et (AC) sont parallèles , d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC} \Leftrightarrow \frac{48}{288} = \frac{BF}{120} = \frac{EF}{312}$$

$$\text{donc } EF = \frac{48 \times 312}{288} = 52 \text{ m et } BF = \frac{48 \times 120}{288} = 20 \text{ m.}$$

Calculons la longueur de l'arc  $\widehat{GH}$  : (on a  $GC = BC - BF - FG = 120 - 20 - 52 = 48\text{m}$ )

Le périmètre d'un cercle de rayon  $r$  est :  $2\pi r$

$$\text{Donc } \widehat{GH} = \frac{2 \times \pi \times 48}{4} = 24\pi \approx 75,4 \text{ m.}$$

La longueur de la piste est :

$$\begin{aligned} AE + EF + FG + GH + HI + IJ + JA &= 240 + 52 + 52 + 24\pi + 211 + \sqrt{6025} + 48 \\ &= 603 + 24\pi + \sqrt{6025} \\ &\approx 756 \text{ m.} \end{aligned}$$

**Rendez-vous en avril pour la suite !!!!**